

Persamaan Diferensial

Minggu 9: Pengantar PDP & Deret Fourier (Fungsi Genap/Ganjil)

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Outline

- 1 Pengantar Persamaan Diferensial Parsial
- 2 Deret Fourier Dasar
- 3 Fungsi Genap dan Ganjil
- 4 Ekspansi Deret Fourier Genap/Ganjil

Pengantar Persamaan Diferensial Parsial (PDP)

Definisi PDP

Persamaan diferensial parsial (PDP) memuat turunan parsial terhadap dua atau lebih variabel bebas (contoh: ruang x, y, z dan waktu t).

Contoh bentuk umum klasik dalam rekayasa:

- **Persamaan Gelombang (Wave Equation):** $\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ (Perambatan gelombang tegangan/arus di saluran transmisi)
- **Persamaan Panas (Heat Equation):** $\frac{\partial u}{\partial t} = \alpha^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2}$ (Distribusi suhu pada konduktor)
- **Persamaan Laplace:** $\frac{\partial^2 u}{\partial x^2} + \frac{\partial^2 u}{\partial y^2} = 0$ (Potensial listrik tunak)

Konsep Dasar Deret Fourier

Setiap fungsi periodik $f(t)$ dengan periode $T = 2L$ dapat dinyatakan sebagai jumlahan fungsi sinus dan kosinus berfrekuensi harmonik (kelipatan).

Bentuk Umum:

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} \left(a_n \cos \left(\frac{n\pi t}{L} \right) + b_n \sin \left(\frac{n\pi t}{L} \right) \right) \quad (1)$$

Di mana koefisien Fourier diberikan oleh:

- $a_0 = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) dt$
- $a_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \cos \left(\frac{n\pi t}{L} \right) dt$
- $b_n = \frac{1}{L} \int_{-L}^L f(t) \sin \left(\frac{n\pi t}{L} \right) dt$

Sifat Simetri: Fungsi Genap dan Ganjil

Memahami sifat fungsi akan sangat memudahkan penghitungan koefisien Fourier.

1. Fungsi Genap (Even Functions):

- Syarat: $f(-t) = f(t)$
- Simetris terhadap sumbu y .
- Sifat integral: $\int_{-L}^L f(t)dt = 2 \int_0^L f(t)dt$
- Contoh: $t^2, \cos(t), |t|$.

2. Fungsi Ganjil (Odd Functions):

- Syarat: $f(-t) = -f(t)$
- Simetris terhadap titik asal $(0, 0)$.
- Sifat integral: $\int_{-L}^L f(t)dt = 0$
- Contoh: $t, \sin(t), t^3$.

Penyederhanaan Deret Fourier

Deret Kosinus Fourier (Untuk Fungsi Genap)

Jika $f(t)$ adalah fungsi genap, maka koefisien $b_n = 0$. Deret Fourier hanya terdiri dari komponen a_0 dan kosinus a_n .

$$f(t) = \frac{a_0}{2} + \sum_{n=1}^{\infty} a_n \cos\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \quad (2)$$

Deret Sinus Fourier (Untuk Fungsi Ganjil)

Jika $f(t)$ adalah fungsi ganjil, maka koefisien $a_0 = 0$ dan $a_n = 0$. Deret Fourier hanya terdiri dari komponen sinus b_n .

$$f(t) = \sum_{n=1}^{\infty} b_n \sin\left(\frac{n\pi t}{L}\right) \quad (3)$$

Terima Kasih

Sesi Tanya Jawab

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu