

Persamaan Diferensial

Minggu 6: Transformasi Laplace Dasar

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Outline

- 1 Definisi Transformasi Laplace
- 2 Sifat Linieritas
- 3 Sifat Pergeseran (Translasi)

Definisi Transformasi Laplace

Definisi Formal

Transformasi Laplace dari suatu fungsi $f(t)$ yang didefinisikan untuk $t \geq 0$ adalah fungsi $F(s)$ dari variabel kompleks s , yang diberikan oleh integral:

$$\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s) = \int_0^{\infty} e^{-st} f(t) dt \quad (1)$$

Transformasi Fungsi Dasar

- $\mathcal{L}\{1\} = \frac{1}{s}$
- $\mathcal{L}\{e^{at}\} = \frac{1}{s-a}$
- $\mathcal{L}\{\sin(\omega t)\} = \frac{\omega}{s^2 + \omega^2}$
- $\mathcal{L}\{\cos(\omega t)\} = \frac{s}{s^2 + \omega^2}$
- $\mathcal{L}\{t^n\} = \frac{n!}{s^{n+1}}$

Transformasi Laplace merupakan operasi linier. Ini berarti bahwa untuk konstanta c_1 dan c_2 , serta fungsi $f(t)$ dan $g(t)$:

Teorema Linieritas

$$\mathcal{L}\{c_1 f(t) + c_2 g(t)\} = c_1 \mathcal{L}\{f(t)\} + c_2 \mathcal{L}\{g(t)\} \quad (2)$$

Contoh Penggunaan: Mencari transformasi dari $f(t) = 3e^{2t} - 5 \sin(4t)$.

$$\begin{aligned} \mathcal{L}\{3e^{2t} - 5 \sin(4t)\} &= 3\mathcal{L}\{e^{2t}\} - 5\mathcal{L}\{\sin(4t)\} \\ &= 3 \left(\frac{1}{s-2} \right) - 5 \left(\frac{4}{s^2 + 16} \right) \end{aligned}$$

Sifat Pergeseran (Translasi)

Sifat pergeseran (First Shifting Theorem) memudahkan pencarian transformasi ketika suatu fungsi dikalikan dengan eksponensial e^{at} .

Teorema Pergeseran Pertama

Jika $\mathcal{L}\{f(t)\} = F(s)$, maka:

$$\mathcal{L}\{e^{at}f(t)\} = F(s - a) \quad (3)$$

Contoh Penggunaan: Mencari $\mathcal{L}\{e^{3t} \cos(2t)\}$.

- Diketahui $f(t) = \cos(2t) \implies F(s) = \frac{s}{s^2+4}$
- Kalikan dengan e^{3t} , kita geser s menjadi $s - 3$.
- Hasilnya: $F(s - 3) = \frac{s-3}{(s-3)^2+4}$

Terima Kasih

Sesi Tanya Jawab

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu