

Persamaan Diferensial

Minggu 4: PDB Orde 2 Linier Homogen (Koefisien Konstan)

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Outline

- 1 PDB Orde 2 Linier
- 2 PDB Orde 2 Homogen Koefisien Konstan
- 3 Kasus Akar Persamaan Karakteristik

Bentuk Umum PDB Orde 2 Linier

Persamaan Diferensial Biasa Orde 2 Linier

Bentuk umum dari persamaan diferensial linier orde dua adalah:

$$a_2(x) \frac{d^2 y}{dx^2} + a_1(x) \frac{dy}{dx} + a_0(x)y = f(x) \quad (1)$$

Homogen vs Non-Homogen

- Jika $f(x) = 0$, persamaan disebut **homogen**.
- Jika $f(x) \neq 0$, persamaan disebut **non-homogen**.

Persamaan Karakteristik

Untuk PDB homogen dengan koefisien konstan a, b, c :

$$ay'' + by' + cy = 0 \quad (2)$$

Kita asumsikan solusi berbentuk $y = e^{rx}$, sehingga $y' = re^{rx}$ dan $y'' = r^2e^{rx}$. Substitusi ini menghasilkan **Persamaan Karakteristik**:

Persamaan Karakteristik

$$ar^2 + br + c = 0 \quad (3)$$

Akar-akar persamaan ini (r_1, r_2) menentukan bentuk solusi umum persamaan diferensial.

Kasus Akar Persamaan Karakteristik

Akar-akar r_1, r_2 dicari menggunakan rumus abc: $r_{1,2} = \frac{-b \pm \sqrt{b^2 - 4ac}}{2a}$

Terdapat 3 kasus:

- **Kasus 1: Akar Real dan Berbeda ($r_1 \neq r_2$)**

$$y(x) = C_1 e^{r_1 x} + C_2 e^{r_2 x}$$

- **Kasus 2: Akar Real Sama ($r_1 = r_2 = r$)**

$$y(x) = C_1 e^{rx} + C_2 x e^{rx} = (C_1 + C_2 x) e^{rx}$$

- **Kasus 3: Akar Kompleks Konjugat ($r_{1,2} = \alpha \pm i\beta$)**

$$y(x) = e^{\alpha x} (C_1 \cos(\beta x) + C_2 \sin(\beta x))$$

Terima Kasih

Sesi Tanya Jawab

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu