

Persamaan Diferensial

Minggu 2: PDB Orde 1 (Separabel, Eksak, Faktor Integrasi)

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Outline

- 1 Bentuk Umum PDB Orde 1
- 2 Persamaan Separabel
- 3 Persamaan Eksak
- 4 Faktor Integrasi

Bentuk Umum PDB Orde 1

Secara umum, Persamaan Diferensial Biasa (PDB) Orde 1 dapat dituliskan dalam bentuk:

$$\frac{dy}{dx} = f(x, y) \quad \text{atau} \quad M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0 \quad (1)$$

Metode penyelesaiannya bergantung pada karakteristik fungsi penyusunnya. Hari ini kita akan membahas tiga metode utama:

- Persamaan Separabel (Dapat Dipisahkan)
- Persamaan Eksak
- Persamaan Non-Eksak dengan Faktor Integrasi

Persamaan Separabel (Dapat Dipisahkan)

Definisi

PDB disebut separabel jika fungsi $f(x, y)$ dapat difaktorkan menjadi fungsi yang murni bergantung pada x dan fungsi yang murni bergantung pada y .

$$\frac{dy}{dx} = g(x)h(y)$$

Langkah Penyelesaian:

- 1 Kumpulkan semua suku ber-variabel y ke ruas yang bersandingan dengan dy .
- 2 Kumpulkan semua suku ber-variabel x ke ruas yang bersandingan dengan dx .
- 3 Integrasikan kedua ruas secara independen.

Bentuk Integrasi

$$\int \frac{1}{h(y)} dy = \int g(x) dx + C$$

Persamaan Eksak

Bentuk $M(x, y)dx + N(x, y)dy = 0$ dikatakan **Eksak** jika memenuhi syarat turunan parsial silang:

$$\frac{\partial M}{\partial y} = \frac{\partial N}{\partial x} \quad (2)$$

Konsep Fisis (Medan Konservatif):

Persamaan eksak ekuivalen dengan total diferensial dari suatu fungsi skalar $F(x, y) = C$, di mana:

$$dF = \frac{\partial F}{\partial x} dx + \frac{\partial F}{\partial y} dy = 0$$

Artinya $M = \frac{\partial F}{\partial x}$ dan $N = \frac{\partial F}{\partial y}$.

Faktor Integrasi

Bagaimana jika $\frac{\partial M}{\partial y} \neq \frac{\partial N}{\partial x}$?

Persamaan tersebut **Non-Eksak**. Namun, kita bisa menjadikannya eksak dengan mengalikannya dengan suatu *Faktor Integrasi* $\mu(x, y)$.

Kasus Sederhana

- Jika $\frac{M_y - N_x}{N}$ hanya fungsi dari x (sebut $p(x)$), maka $\mu(x) = e^{\int p(x)dx}$.
- Jika $\frac{N_x - M_y}{M}$ hanya fungsi dari y (sebut $q(y)$), maka $\mu(y) = e^{\int q(y)dy}$.

Setelah dikalikan μ , persamaan $\mu M dx + \mu N dy = 0$ akan menjadi eksak dan dapat diselesaikan dengan cara sebelumnya.

Latihan Soal & Sesi Diskusi

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro