

Persamaan Diferensial

Minggu 11: Persamaan Gelombang 1D (Vibrasi/Transmisi Sinyal)

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Outline

- 1 Pemodelan Persamaan Gelombang
- 2 Solusi D'Alembert
- 3 Solusi dengan Pemisahan Variabel

Persamaan Gelombang 1D

Definisi

Persamaan gelombang satu dimensi memodelkan propagasi gelombang, seperti vibrasi pada dawai atau transmisi sinyal elektromagnetik pada saluran transmisi tak merugi (lossless). Bentuk persamaannya adalah:

$$\frac{\partial^2 u}{\partial t^2} = c^2 \frac{\partial^2 u}{\partial x^2} \quad (1)$$

di mana c adalah kecepatan rambat gelombang.

Aplikasi pada Saluran Transmisi (Teknik Elektro)

Dalam konteks saluran transmisi panjang, persamaan gelombang dapat digunakan untuk mendeskripsikan variasi tegangan $v(x, t)$ atau arus $i(x, t)$:

$$\frac{\partial^2 v}{\partial x^2} = LC \frac{\partial^2 v}{\partial t^2}$$

dengan $c = 1/\sqrt{LC}$.

Solusi D'Alembert

D'Alembert menunjukkan bahwa solusi umum dari persamaan gelombang 1D dapat dinyatakan sebagai penjumlahan dua gelombang yang merambat dalam arah berlawanan:

$$u(x, t) = f(x - ct) + g(x + ct) \quad (2)$$

- $f(x - ct)$: Gelombang merambat ke arah kanan (sumbu x positif) dengan kecepatan c .
- $g(x + ct)$: Gelombang merambat ke arah kiri (sumbu x negatif) dengan kecepatan c .

Solusi ini sangat elegan untuk domain yang membentang tak hingga ($-\infty < x < \infty$).

Solusi dengan Metode Pemisahan Variabel (Kondisi Batas)

Kasus Vibrasi Dawai Ujung Tetap

Jika ujung terikat pada $x = 0$ dan $x = L$, syarat batasnya adalah $u(0, t) = 0$ dan $u(L, t) = 0$. Dengan substitusi $u(x, t) = X(x)T(t)$, didapatkan fungsi Eigen:

$$X_n(x) = \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \quad \text{untuk } n = 1, 2, 3, \dots \quad (3)$$

Solusi Deret Fourier: Menggabungkan dengan solusi fungsi waktu dan prinsip superposisi, solusi umumnya menjadi:

$$u(x, t) = \sum_{n=1}^{\infty} \sin\left(\frac{n\pi}{L}x\right) \left[A_n \cos\left(\frac{cn\pi}{L}t\right) + B_n \sin\left(\frac{cn\pi}{L}t\right) \right] \quad (4)$$

Koefisien A_n dan B_n ditentukan dari syarat awal (kondisi $t=0$).

Terima Kasih

Sesi Tanya Jawab

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu