

Persamaan Diferensial

Minggu 10: Solusi PDP Metode Pemisahan Variabel

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu

2026

Outline

- 1 Pengantar Metode Pemisahan Variabel
- 2 Langkah-langkah Penyelesaian
- 3 Contoh Aplikasi Sederhana

Pengantar Metode Pemisahan Variabel (Separation of Variables)

Konsep Dasar

Metode Pemisahan Variabel adalah teknik fundamental untuk menyelesaikan Persamaan Diferensial Parsial (PDP) linier dan homogen. Ide utamanya adalah mengasumsikan solusi sebagai perkalian fungsi-fungsi yang masing-masing hanya bergantung pada satu variabel independen.

Asumsi Solusi

Misalkan kita memiliki PDP untuk fungsi $u(x, t)$ dengan variabel independen x dan t . Kita mengasumsikan solusi dapat ditulis sebagai:

$$u(x, t) = X(x) \cdot T(t) \quad (1)$$

di mana X hanya fungsi dari x dan T hanya fungsi dari t .

Langkah-langkah Penyelesaian dengan Pemisahan Variabel

- **Langkah 1:** Substitusikan $u(x, t) = X(x)T(t)$ ke dalam PDP.
- **Langkah 2:** Pisahkan variabel sedemikian rupa sehingga satu sisi persamaan hanya bergantung pada x dan sisi lainnya hanya bergantung pada t .
- **Langkah 3:** Karena kedua sisi independen terhadap satu sama lain, maka keduanya harus sama dengan sebuah konstanta (disebut konstanta pemisahan, misalnya $-\lambda$).
- **Langkah 4:** Selesaikan dua Persamaan Diferensial Biasa (PDB) yang dihasilkan untuk $X(x)$ dan $T(t)$.
- **Langkah 5:** Gunakan prinsip superposisi dan syarat batas/awal untuk mendapatkan solusi khusus.

Contoh Aplikasi: Persamaan Diferensial Parsial Orde 1

Contoh Soal

Selesaikan PDP orde 1 berikut: $\frac{\partial u}{\partial x} = 2\frac{\partial u}{\partial t} + u$ menggunakan metode pemisahan variabel.

Penyelesaian: Misalkan $u(x, t) = X(x)T(t)$. Maka $u_x = X'T$ dan $u_t = XT'$. Substitusikan:

$$X'T = 2XT' + XT$$

Bagi dengan XT :

$$\frac{X'}{X} = 2\frac{T'}{T} + 1 = k \quad (\text{konstanta})$$

Maka kita peroleh 2 PDB: $\frac{X'}{X} = k \implies X(x) = C_1 e^{kx}$ dan $2\frac{T'}{T} + 1 = k \implies T(t) = C_2 e^{(k-1)t/2}$.

Solusi: $u(x, t) = Ce^{kx+(k-1)t/2}$.

Terima Kasih

Sesi Tanya Jawab

Novalio Daratha
Program Studi Teknik Elektro
Universitas Bengkulu