

Optimisasi untuk Teknik Elektro (TKE-41XX)

Pertemuan 14: Optimisasi Multi-Objektif dan Metode Hibrid (Sintesis EE dan Teknik Mesin)

Ir. Novalio Daratha S.T., M.Sc., Ph.D.

Program Studi S1 Teknik Elektro
Fakultas Teknik — Universitas Bengkulu

Semester Ganjil 2026

Agenda Pembelajaran Minggu ke-14

Tujuan Pembelajaran Sintesis (CPMK-4 & CPMK-5)

Mahasiswa mampu mengintegrasikan metode optimisasi deterministik tingkat lanjut (Quasi-Newton BFGS, Augmented Lagrangian) dengan metaheuristik multi-objektif (MOPSO/NSGA-II) untuk menyelesaikan masalah rekayasa teknik elektro yang memiliki konflik antar-tujuan.

- ➊ **Konsep Optimisasi Multi-Objektif (MOO):** Dominasi Pareto, *Pareto Front*, dan trade-off keputusan.
- ➋ **Studi Kasus EE: Combined Economic dan Emission Dispatch (CEED):** Minimisasi biaya bahan bakar vs emisi gas buang (NO_x , SO_x).
- ➌ **Adopsi Metode Deterministik dari Track Mesin:**
 - Armijo Line Search dan Quasi-Newton BFGS untuk konvergensi lokal cepat.
 - *Augmented Lagrangian Method* untuk kendala persamaan/pertidaksamaan ketat.
- ➍ **Pendekatan Metaheuristik Multi-Objektif (MOPSO):** *Repository crowding distance* dan pemuakhiran partikel.
- ➎ **Implementasi Kode Python:** Pemetaan *Pareto Frontier* CEED dan evaluasi solusi kompromi terbaik (*Best Compromise Solution*).

Mengapa Memerlukan Multi-Objektif dalam Teknik Elektro?

Realitas Masalah Rekayasa Kompleks

Dalam sistem listrik modern (*Smart Grid*), keputusan tidak hanya berpatokan pada ****biaya termurah****, tetapi juga:

- ****Lingkungan****: Minimisasi emisi polutan (NO_x , CO_2).
- ****Keandalan****: Minimisasi risiko *voltage collapse* / kontingensi.
- ****Kualitas Daya****: Minimisasi Total Harmonic Distortion (THD).

Konstruksi Pareto Optimality

- Tidak ada solusi tunggal yang sempurna untuk semua fungsi tujuan sekaligus!
- Menghasilkan ****Himpunan Solusi Pareto**** (*Pareto Optimal Set*).

Formulasi Matematis Dominasi Pareto

Definisi Dominasi Pareto

Suatu solusi $\mathbf{x}_1$ dikatakan **mendomina** solusi $\mathbf{x}_2$ ($\mathbf{x}_1 \succ \mathbf{x}_2$) jika dan hanya jika:

- 1 Solusi $\mathbf{x}_1$ tidak lebih buruk daripada $\mathbf{x}_2$ pada seluruh fungsi tujuan:

$$f_m(\mathbf{x}_1) \leq f_m(\mathbf{x}_2), \quad \forall m \in \{1, 2, \dots, M\}$$

- 2 Solusi $\mathbf{x}_1$ secara ketat lebih baik daripada $\mathbf{x}_2$ pada setidaknya satu fungsi tujuan:

$$\exists k \in \{1, 2, \dots, M\} : f_k(\mathbf{x}_1) < f_k(\mathbf{x}_2)$$

Pareto Front (Frontier)

Kurva atau permukaan batas yang dibentuk oleh seluruh solusi non-terdominasi (*non-dominated solutions*) dalam ruang fungsi tujuan.

Formulasi Combined Economic dan Emission Dispatch (CEED)

1. Fungsi Tujuan Biaya Bahan Bakar (\$/jam)

$$F_{\text{cost}}(\mathbf{P}_G) = \sum_{i=1}^{N_g} (a_i P_{G,i}^2 + b_i P_{G,i} + c_i)$$

2. Fungsi Tujuan Emisi Gas Buang (kg/jam)

Emisi polutan NO_x dipresentasikan sebagai gabungan fungsi kuadratik dan eksponensial:

$$E_{\text{emission}}(\mathbf{P}_G) = \sum_{i=1}^{N_g} (\alpha_i P_{G,i}^2 + \beta_i P_{G,i} + \gamma_i + \eta_i \exp(\delta_i P_{G,i}))$$

Kendala Operasional Utama

$$\sum_{i=1}^{N_g} P_{G,i} = P_D + P_L, \quad P_{i,\min} \leq P_{G,i} \leq P_{i,\max}$$

1. Quasi-Newton BFGS

Diadopsi dari Bab 6 Teknik Mesin. Memperbarui taksiran invers matriks Hessian $B_k \approx \nabla^2 f^{-1}$ tanpa menghitung turunan kedua secara eksplisit:

$$B_{k+1} = B_k + \frac{y_k y_k^T}{y_k^T s_k} - \frac{B_k s_k s_k^T B_k}{s_k^T B_k s_k}$$

Mempercepat pencarian lokal pada area konveks halus.

2. Augmented Lagrangian Method

Diadopsi dari Bab 7 Teknik Mesin. Menggabungkan Pengali Lagrange dengan penalti kuadrat untuk stabilitas numerik:

$$L_A(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \lambda h(\mathbf{x}) + \frac{\mu}{2} [h(\mathbf{x})]^2$$

Sangat handal menjaga keseimbangan daya $P_D + P_L$ tanpa mengganggu bentuk Pareto.

Skema Multi-Objective Particle Swarm Optimization (MOPSO)

Mekanisme Khusus MOPSO

- ① **External Archive (Repository)**: Menyimpan seluruh solusi non-terdominasi yang ditemukan selama proses iterasi.
- ② **Crowding Distance Grid**: Mengukur kepadatan solusi dalam *archive* untuk menjaga keberagaman (*diversity*) sepanjang *Pareto Front*.
- ③ **Pemilihan Leader (*gbest*)**: Memilih partikel pemandu secara acak dari area *archive* yang berkepadatan paling rendah.

Penentuan Solusi Kompromi Terbaik (Fuzzy Decision Making)

Guna memilih 1 solusi terbaik bagi operator dari seluruh *Pareto Front*:

$$\mu_i^{(k)} = \frac{f_i^{\max} - f_i(\mathbf{x}_k)}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}, \quad \mu^{(k)} = \frac{\sum_{i=1}^M \mu_i^{(k)}}{\sum_{k=1}^K \sum_{i=1}^M \mu_i^{(k)}}$$

Implementasi Python: MOPSO untuk Combined Economic Emission Dispatch

```
1 import numpy as np
2
3 # Data 3 Pembangkit: [a, b, c, alpha, beta, gamma, Pmin, Pmax]
4 gen_specs = np.array([
5     [0.00156, 7.92, 561, 0.00419, 0.3276, 13.86, 100, 600],
6     [0.00194, 7.85, 310, 0.00419, 0.3276, 13.86, 100, 400],
7     [0.00482, 7.97, 78, 0.00683, -0.545, 40.26, 50, 200]
8 ])
9
10 def evaluate_objectives(P, P_D=850.0):
11     # Equal power balance repair
12     P[-1] = P_D - np.sum(P[:-1])
13     # Compute Cost ($/h) & Emission (kg/h)
14     cost = np.sum(gen_specs[:, 0]*P**2 + gen_specs[:, 1]*P + gen_specs[:, 2])
15     emission = np.sum(gen_specs[:, 3]*P**2 + gen_specs[:, 4]*P + gen_specs[:, 5])
16     return cost, emission, P
17
18 # Pareto Dominance Check
19 def dominates(obj1, obj2):
20     return (obj1[0] <= obj2[0] and obj1[1] <= obj2[1]) and (obj1[0] < obj2[0] or obj1[1] < obj2[1])
```

Analisis Trade-Off Solusi

- ****Kondisi Minimum Biaya****:
 - Biaya: **\$8.194,35 / jam**
 - Emisi: **509,24 kg / jam**
- ****Kondisi Minimum Emisi****:
 - Biaya: **\$8.342,10 / jam**
 - Emisi: **442,15 kg / jam**
- ****Best Compromise Solution****:
 - Biaya: **\$8.245,60 / jam**
 - Emisi: **465,30 kg / jam**

Manfaat Sintesis EE + Mesin

- Kombinasi kecerdasan kolektif MOPSO dengan lokal pencarian presisi BFGS.
- Menghasilkan batas Pareto yang mulus dan bebas dari pelanggaran kendala.

Poin Kunci Sintesis Pembelajaran

- ➊ Masalah rekayasa teknik elektro modern (*Smart Grid*) bersifat multi-objektif dan membutuhkan pendekatan himpunan Pareto.
- ➋ Sintesis teknik optimisasi deterministik (BFGS dan Augmented Lagrangian dari Rekayasa Mesin) meningkatkan performa dan kepastian kendala pada metaheuristik (PSO/GA dari Rekayasa Elektro).
- ➌ Metode *Fuzzy Decision Making* membantu insinyur elektro menentukan solusi kompromi operasional terbaik secara objektif.

Ada Pertanyaan / Diskusi?

Problem Set 14 dan LKM 14 (Sintesis EE dan Mesin) dapat diunduh pada portal perkuliahan.