

Catatan Kuliah Minggu ke-14:

Optimisasi Multi-Objektif dan Metode Hibrid dalam Teknik Elektro

(Sintesis Bahan Ajar EE 2023–2026 dan Rekayasa Mesin)

Ir. Novalio Daratha S.T., M.Sc., Ph.D.
Program Studi S1 Teknik Elektro — Universitas Bengkulu
Semester Ganjil 2026

Ringkasan Eksekutif dan Integrasi Kurikulum

Dokumen ini menyajikan materi pengajaran sintesis yang menghubungkan pengalaman optimisasi Teknik Elektro tahun-tahun sebelumnya (2023–2026: Economic Dispatch, Metaheuristik GA/PSO/SCA, Desain Filter Digital FIR) dengan metode optimisasi deterministik presisi tinggi dari kurikulum Teknik Mesin (*Armijo Line Search*, *Quasi-Newton BFGS*, dan *Augmented Lagrangian Method*). Mahasiswa mempelajari pembentukan *Pareto Frontier* pada masalah *Combined Economic dan Emission Dispatch* (CEED) dan penentuan solusi kompromi terbaik (*Best Compromise Solution*).

Daftar Isi

1 Sintesis Konseptual: Teknik Elektro dan Rekayasa Mesin	2
2 Teori Optimisasi Multi-Objektif (MOO)	2
2.1 Formulasi Umum	2
2.2 Dominasi Pareto dan Pareto Front	2
3 Combined Economic dan Emission Dispatch (CEED)	2
3.1 Fungsi Tujuan 1: Biaya Bahan Bakar (\$/jam)	2
3.2 Fungsi Tujuan 2: Emisi Gas Polutan (kg/jam)	2
3.3 Kendala Keseimbangan Daya dan Batas Pembangkit	3
4 Adopsi Metode Deterministik dari Rekayasa Mesin	3
4.1 1. Quasi-Newton BFGS	3
4.2 2. Augmented Lagrangian Method	3
5 Penentuan Solusi Kompromi Terbaik (Fuzzy Logic)	3
6 Implementasi Program Python	3
7 Kesimpulan	4

1 Sintesis Konseptual: Teknik Elektro dan Rekayasa Mesin

Mata kuliah Optimisasi untuk Teknik Elektro bertujuan membekali mahasiswa S1 dengan dua pilar utama:

1. ****Pilar Metaheuristik (Tradisi EE)****: Fleksibilitas tinggi dalam menangani fungsi tujuan non-konveks, non-diferensiabel, dan **search space** yang luas (seperti pergerakan partikel PSO dan seleksi kromosom GA).
2. ****Pilar Deterministik Presisi (Tradisi Teknik Mesin)****: Kecepatan konvergensi lokal superlinier dan kepatuhan kendala yang sangat ketat melalui **Quasi-Newton BFGS**, **Armijo Line Search**, dan **Augmented Lagrangian Method**.

Dengan menggabungkan kedua pilar ini, insinyur elektro dapat menyelesaikan masalah kompleks pada **Smart Grid** secara cepat, akurat, dan serempak memenuhi beberapa fungsi tujuan yang saling bertentangan.

2 Teori Optimisasi Multi-Objektif (MOO)

2.1 Formulasi Umum

Secara umum, masalah optimisasi multi-objektif dengan M fungsi tujuan dan K kendala dapat dituliskan sebagai:

$$\min_{\mathbf{x} \in \Omega} \mathbf{F}(\mathbf{x}) = [f_1(\mathbf{x}), f_2(\mathbf{x}), \dots, f_M(\mathbf{x})]^T \quad (1)$$

dengan kendala:

$$g_j(\mathbf{x}) \leq 0, \quad j = 1, 2, \dots, J; \quad h_k(\mathbf{x}) = 0, \quad k = 1, 2, \dots, K \quad (2)$$

2.2 Dominasi Pareto dan Pareto Front

Konsep Dominasi Pareto

Suatu solusi Vektor keputusan $\mathbf{x}_a$ dikatakan ****mendominasi**** solusi $\mathbf{x}_b$ ($\mathbf{x}_a \succ \mathbf{x}_b$) jika:

1. $f_m(\mathbf{x}_a) \leq f_m(\mathbf{x}_b)$ untuk semua $m \in \{1, 2, \dots, M\}$.
2. Terdapat minimal satu fungsi tujuan k di mana $f_k(\mathbf{x}_a) < f_k(\mathbf{x}_b)$.

Kumpulan seluruh solusi dalam Ω yang tidak mendominasi satu sama lain membentuk ****Pareto Optimal Set****, dan proyeksinya pada ruang fungsi tujuan disebut ****Pareto Front****.

3 Combined Economic dan Emission Dispatch (CEED)

3.1 Fungsi Tujuan 1: Biaya Bahan Bakar (\$/jam)

$$F_{\text{cost}}(\mathbf{P}_G) = \sum_{i=1}^{N_g} (a_i P_{G,i}^2 + b_i P_{G,i} + c_i) \quad (3)$$

3.2 Fungsi Tujuan 2: Emisi Gas Polutan (kg/jam)

Emisi polutan NO_x dari pembangkitan thermal dimodelkan sebagai:

$$E_{\text{emission}}(\mathbf{P}_G) = \sum_{i=1}^{N_g} (\alpha_i P_{G,i}^2 + \beta_i P_{G,i} + \gamma_i) \quad (4)$$

3.3 Kendala Keseimbangan Daya dan Batas Pembangkit

$$\sum_{i=1}^{N_g} P_{G,i} - P_D - P_L = 0, \quad P_{i,\min} \leq P_{G,i} \leq P_{i,\max} \quad (5)$$

4 Adopsi Metode Deterministik dari Rekayasa Mesin

4.1 1. Quasi-Newton BFGS

Metode BFGS (Broyden-Fletcher-Goldfarb-Shanno) memperbarui matriks taksiran Hessian $B_k \approx \nabla^2 f$ secara berulang tanpa membutuhkan komputasi turunan kedua:

$$B_{k+1} = B_k + \frac{\mathbf{y}_k \mathbf{y}_k^T}{\mathbf{y}_k^T \mathbf{s}_k} - \frac{B_k \mathbf{s}_k \mathbf{s}_k^T B_k}{\mathbf{s}_k^T B_k \mathbf{s}_k} \quad (6)$$

di mana $\mathbf{s}_k = \mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k$ dan $\mathbf{y}_k = \nabla f(\mathbf{x}_{k+1}) - \nabla f(\mathbf{x}_k)$.

4.2 2. Augmented Lagrangian Method

Untuk menjamin kendala persamaan $h(\mathbf{x}) = 0$ terpenuhi secara presisi:

$$L_A(\mathbf{x}, \lambda, \mu) = f(\mathbf{x}) + \lambda h(\mathbf{x}) + \frac{\mu}{2} [h(\mathbf{x})]^2 \quad (7)$$

Persamaan ini menggabungkan stabilitas penalti kuadratik dengan keakuratan pengali Lagrange λ .

5 Penentuan Solusi Kompromi Terbaik (Fuzzy Logic)

Untuk memilih 1 solusi operasional dari *Pareto Front*, digunakan fungsi keanggotaan linier *Fuzzy*:

$$\mu_i^{(k)} = \begin{cases} 1, & f_i \leq f_i^{\min} \\ \frac{f_i^{\max} - f_i^{(k)}}{f_i^{\max} - f_i^{\min}}, & f_i^{\min} < f_i < f_i^{\max} \\ 0, & f_i \geq f_i^{\max} \end{cases} \quad (8)$$

Solusi dengan nilai bobot keanggotaan ternormalisasi terbesar $\mu^{(k)}$ dipilih sebagai **Best Compromise Solution**.

6 Implementasi Program Python

Listing 1: Skrip Python Multi-Objective CEED dan Pareto Frontier

```
1 import numpy as np
2 import matplotlib.pyplot as plt
3
4 # Specs 3 Generator: [a, b, c, alpha, beta, gamma, Pmin, Pmax]
5 gen_specs = np.array([
6     [0.00156, 7.92, 561, 0.00419, 0.3276, 13.86, 100, 600],
7     [0.00194, 7.85, 310, 0.00419, 0.3276, 13.86, 100, 400],
8     [0.00482, 7.97, 78, 0.00683, -0.545, 40.26, 50, 200]
9 ])
10
11 P_D = 850.0 # MW
12
13 def calc_objectives(P1, P2):
```

```
14     P3 = P_D - P1 - P2
15     P = np.array([P1, P2, P3])
16
17     # Cost ($/h)
18     cost = np.sum(gen_specs[:, 0]*P**2 + gen_specs[:, 1]*P + gen_specs[:, 2])
19     # Emission (kg/h)
20     emission = np.sum(gen_specs[:, 3]*P**2 + gen_specs[:, 4]*P + gen_specs[:,
21         5])
22     return cost, emission
23 print("Skrip simulasi Multi-Objective CEED siap dieksekusi.")
```

7 Kesimpulan

1. Pembelajaran hibrid yang mengawinkan kekuatan metaheuristik EE (PSO/GA) dan optimisasi deterministik Mesin (BFGS/Augmented Lagrangian) menghasilkan kemampuan analisis rekayasa tingkat tinggi. 2. Penggunaan *Pareto Frontier* dan *Fuzzy Decision Making* memberikan dasar ilmiah objektif bagi insinyur listrik dalam mengambil keputusan operasional *Smart Grid*.