

Discrete Kalman Filter untuk Estimasi dan Filtering

Representasi Ruang Keadaan (State-Space), Denoising Sensor, dan Estimasi SoC Baterai

Ir. Novalio Daratha, S.T., M.Sc., Ph.D.

Program Studi Teknik Elektro – Fakultas Teknik
Universitas Bengkulu

Minggu 7 / Semester Ganjil 2026

Agenda Perkuliahan Minggu ke-7

Capaian Pembelajaran (Sub-CPMK 7)

Mahasiswa mampu memformulasikan model sistem dinamis ke dalam ruang keadaan (*State-Space*), menurunkan algoritma Discrete Kalman Filter, serta mengimplementasikannya untuk estimasi parameter dan penyaringan derau sensor elektro.

- 1 Representasi Ruang Keadaan (*State-Space*)
- 2 Derau Proses (Q) vs Derau Pengukuran (R)
- 3 Algoritma 2-Tahap: Prediksi dan Koreksi
- 4 Kalman Gain (K_k) dan Konvergensi Kovarians
- 5 Studi Kasus: Estimasi State-of-Charge (SoC)
- 6 Review Komprehensif Materi UTS

Representasi Ruang Keadaan Diskrit

Sistem dinamis linier stokastik dimodelkan dalam dua persamaan:

1. Persamaan State (Model Fisik Sistem)

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{k-1} + \mathbf{B}_k \mathbf{u}_{k-1} + \mathbf{w}_{k-1}, \quad \mathbf{w}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{Q}_k) \quad (1)$$

2. Persamaan Pengukuran (Sensor)

$$\mathbf{z}_k = \mathbf{H}_k \mathbf{x}_k + \mathbf{v}_k, \quad \mathbf{v}_k \sim \mathcal{N}(0, \mathbf{R}_k) \quad (2)$$

$\mathbf{x}_k$: Vektor status tersembunyi (misal SoC baterai, fluks motor).

$\mathbf{z}_k$: Sinyal pengukuran nyata dari sensor yang bising.

$\mathbf{Q}$: Matriks kovariansi ketidakpastian model.

$\mathbf{R}$: Matriks kovariansi derau instrumen sensor.

Algoritma Siklus 2-Tahap Discrete Kalman Filter

Tahap 1: Prediksi (Time Update)

Memproyeksikan status ke depan:

$$\hat{\mathbf{x}}_k^- = \mathbf{A}\hat{\mathbf{x}}_{k-1} + \mathbf{B}\mathbf{u}_{k-1}$$

$$\mathbf{P}_k^- = \mathbf{A}\mathbf{P}_{k-1}\mathbf{A}^T + \mathbf{Q}$$

$\hat{\mathbf{x}}_k^-$: Estimasi a priori.

$\mathbf{P}_k^-$: Kovariansi error prediksi.

Tahap 2: Koreksi (Measurement Update)

Memperbaiki estimasi dengan data sensor:

$$\mathbf{K}_k = \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T (\mathbf{H} \mathbf{P}_k^- \mathbf{H}^T + \mathbf{R})^{-1}$$

$$\hat{\mathbf{x}}_k = \hat{\mathbf{x}}_k^- + \mathbf{K}_k (\mathbf{z}_k - \mathbf{H} \hat{\mathbf{x}}_k^-)$$

$$\mathbf{P}_k = (\mathbf{I} - \mathbf{K}_k \mathbf{H}) \mathbf{P}_k^-$$

$\mathbf{K}_k$: Kalman Gain penentu bobot optimal.

Perilaku Dinamis Kalman Gain

Bagaimana Kalman Filter menyeimbangkan antara model teori vs data sensor?

Kondisi 1: Sensor Sangat Akurat ($\mathbf{R} \rightarrow 0$)

$$\lim_{\mathbf{R} \rightarrow 0} \mathbf{K}_k = \mathbf{H}^{-1} \implies \hat{\mathbf{x}}_k \approx \mathbf{H}^{-1} \mathbf{z}_k \quad (3)$$

Filter mempercayai pembacaan sensor secara penuh dan mengabaikan model teoritis.

Kondisi 2: Model Sempurna ($\mathbf{R} \rightarrow \infty$)

$$\lim_{\mathbf{R} \rightarrow \infty} \mathbf{K}_k = 0 \implies \hat{\mathbf{x}}_k \approx \hat{\mathbf{x}}_k^- \quad (4)$$

Filter mengabaikan data sensor yang sangat bising dan mengandalkan perambatan model fisik.

Kalman Filter adalah Best Linear Unbiased Estimator (BLUE)!

Implementasi Python: Kalman Filter 1-Dimensi

```
import numpy as np
import matplotlib.pyplot as plt

# Parameter simulasi sensor tegangan
A, H = 1.0, 1.0
Q = 1e-5 # Derau proses rendah (tegangan sistem stabil)
R = 0.04 # Derau sensor tinggi (standar deviasi ~ 0.2 V)

# Inisialisasi
x_hat, P = 0.0, 1.0
estimates, raw_noisy = [], df['voltage_noisy'].values

for z in raw_noisy:
    # 1. Time Update
    x_hat_minus = A * x_hat
    P_minus = A * P * A + Q

    # 2. Measurement Update
    K = P_minus * H / (H * P_minus * H + R)
    x_hat = x_hat_minus + K * (z - H * x_hat_minus)
    P = (1 - K * H) * P_minus
    estimates.append(x_hat)

plt.plot(raw_noisy, label='Sensor Bising (z)', alpha=0.5)
plt.plot(estimates, label='Estimasi Kalman (x_hat)', color='red', linewidth=2)
plt.legend(); plt.show()
```

Rangkuman Paruh Pertama Semester (Persiapan UTS)

Minggu	Fokus Materi Pokok	Aplikasi Rekayasa Sistem Tenaga
1	Dekomposisi Deret Waktu	Pemisahan tren dan variasi musiman beban harian PLN
2	Uji Stasioneritas	Uji ADF/KPSS dan eliminasi unit root pada daya aktif
3	Pemulusan Eksponensial	Peramalan cepat beban jangka pendek (Holt-Winters)
4	Pemodelan ARMA	Identifikasi sistem linier dan kestabilan bidang Z
5	Metodologi Box-Jenkins	Model musiman SARIMA peramalan 168 jam ke depan
6	Model Eksogen SARIMAX	Mengintegrasikan ramalan suhu/cuaca pada peramalan beban
7	Discrete Kalman Filter	Penyaringan derau sensor telemetri dan estimasi SoC baterai
8	UJIAN TENGAH SEMESTER (UTS) – Evaluasi Kognitif CPMK-1 dan CPMK-2	

Terima Kasih dan Sukses UTS

Selamat Belajar untuk Ujian Tengah Semester Minggu Depan!

Laboratorium Sistem Tenaga dan Komputasi Cerdas
Jurusan Teknik Elektro – Universitas Bengkulu